**Física Geral e Experimental I & XVIII**
**V.S. – 14/12/2011 – 11-13 horas**

**NOME**____________________________________________

**MATRÍCULA**____________________ **TURMA**____________ **PROF.**____________________

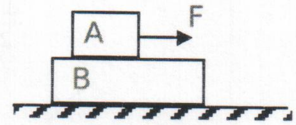
**Lembrete:** (i) Leia os enunciados com atenção; (ii) Tente, responder a questão de forma organizada, mostrando o seu raciocínio de forma coerente; (iii) Todas as questões deverão ter respostas justificadas, desenvolvidas e demonstradas matematicamente; (iv) Ao obter uma resposta, análise esta; ela faz sentido? Isso poderá te ajudar a encontrar erros!

**Utilize:** $g = 10{,}0\ m/s^2$, $I_{cm}(\text{bola})=2/5.M.R^2$, $I_{cm}(\text{disco})=1/2.M.R^2$, $I_{cm}(\text{haste})=1/12.M.L^2$

**1.** Um bloco A de 3,0 kg está sobre outro B de 4,0 kg que está sobre uma superfície horizontal. Os blocos estão inicialmente em repouso quando é aplicada no bloco A uma força horizontal F = 20 N. Os coeficientes de atrito entre os dois pares de superfícies são $\mu_E = 0{,}30$ e $\mu_C = 0{,}15$.

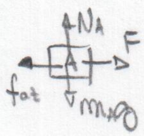
(a) (0,5) Faça o diagrama de corpo livre do bloco A, identificando e descrevendo claramente todas as forças;

(b) (0,5) Faça o diagrama de corpo livre do bloco B, identificando e descrevendo claramente todas as forças;

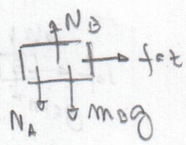



(c) (1,5) Determine a aceleração de cada bloco e descreve o movimento deles.

a)




b)




c)
$$\begin{cases} N_A = m_A g \\ F - fat = m_A a_A \\ fat = m_B a_B \end{cases}$$

- Tenho 2 eqs e 3 incógnitos $a_A, a_B$ e $fat$
- Preciso de + informação

- Se não há mov. relativo entre os blocos $a_A = a_B$ e $fat \leq \mu_E N$

- Se há mov relativo $a_A \neq a_B$ e $fat = \mu_C N$

Para se mover junto $a_A = a_B = a$

↳ $a = \dfrac{F}{m_A + m_B}$

$fat = m_B \dfrac{F}{m_A + m_B} \leq \mu_E N_A$

$\dfrac{4}{3+4} 20 \leq 0{,}3(3.10)$

$\dfrac{4(20)}{7} \leq 9$

$80 \leq 63$

↳ não se movem juntos!

↳ logo $fat = \mu_C N_A$

→ Como ñ se movem juntos

$$a_A = \frac{F - \mu_C N_A}{m_A} = \frac{F - \mu_C m_A g}{m_A} = \frac{20 - 0{,}15(3)10}{3} \approx 5{,}1\ m/s^2$$

$$a_B = \frac{\mu_C N_A}{m_B} = \frac{\mu_C m_A g}{m_B} = \frac{0{,}15(3)10}{4} \approx 1{,}1\ m/s^2$$

NOME______________________________________________

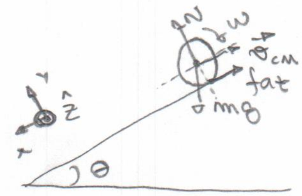
**2.** Uma esfera maciça de massa m e raio R rola sem deslizar para cima de uma rampa inclinada de ângulo $\theta$ com a horizontal.

(a) (0,5) Faça o diagrama do corpo livre para a esfera;

(b) (0,8) Qual é a aceleração linear do centro massa da esfera?

(c) (0,7) Encontrar a expressão da força de atrito estático em termos da massa m, da aceleração da gravidade g e do ângulo $\theta$;

(d) (0,5) Calcule o trabalho que cada uma das forças que atua sobre a esfera. A energia mecânica do sistema esfera+Terra se conserva?




b)

Mov. do CM: $\vec{F}^{ext} = M\vec{a}_{cm}$
$$\begin{cases} N - mg\cos\theta = 0 \\ mg\,sen\theta - fat = ma_{cm} \end{cases}$$

Mov. de rotação em torno do CM $\vec{\tau}^{ext} = I\vec{\alpha}$
$$\{\ fat\,R = I\alpha$$

Rola sem deslizar: $a_{cm} = \alpha R$

Tenho 4 eq.s e 4 incógnitas: N, fat, $a_{cm}$ e $\alpha$

Note que $fat \neq \mu_E N \rightarrow fat \leq \mu_E N$

$$\rightarrow mg\,sen\theta - \frac{I\alpha}{R} = ma_{cm}$$

$$mg\,sen\theta = ma_{cm} + \frac{I a_{cm}}{R^2}$$

$$a_{cm} = \left(\frac{m}{m + I/R^2}\right) g\,sen\theta = \frac{5}{7} g\,sen\theta$$

$I = 2/5\, mR^2$

c) fat é dado pela eq. $fat\,R = I\alpha$ e pela condição de $a_{cm} = \alpha R$

$$\rightarrow fat = \frac{I\alpha}{R} = \frac{I a_{cm}}{R^2}$$
$$= \frac{I}{R^2}\left(\frac{m}{m + I/R^2}\right) g\,sen\theta$$
$$= \left(\frac{1}{1 + mR^2/I}\right) mg\,sen\theta$$
$$= \frac{2}{7} mg\,sen\theta$$

d) $W_N = 0 \quad (\vec{N} \perp d\vec{r})$

$$W_{mg} = \int_{r_i}^{r_f} m\vec{g} \cdot d\vec{r} = \int_{y_i}^{y_f} -mg\,dy$$
$\vec{g} = g\hat{y}$

$$W_{mg} = -mg(y_f - y_i) = -mg\,\Delta y$$

$W_{mg} < 0$ quando sobe

$W_{fat} = 0$ ($d\vec{r} = 0$ porque o ponto de contato tem $\vec{v} = 0$)

$\Rightarrow$ $E_{MEC}$ do Cilindro + Terra se conserva já que $W^{ext} = 0$ e $F^{INT}$ são conservativos

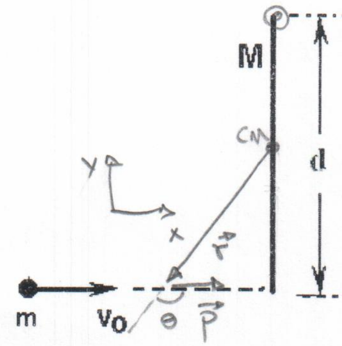
NOME________________________________________________________________

**3.** Uma haste fina e rígida, de massa M = 0,100kg e comprimento d = 1,20m, está em repouso e livre sobre um plano horizontal sem atrito. Um projétil de massa m=0,020kg, movendo-se com uma velocidade horizontal perpendicular à haste e de módulo $v_0$ = 200 m/s, colide com uma das extremidades da haste e aí fica alojada.

(a) (0,9) As grandezas momento linear, momento angular e energia cinética do sistema se conservam? Explicar as suas respostas;

(b) (0,8) Determine a velocidade escalar do centro de massa do sistema {haste + projétil} após a colisão e esboce sua trajetória.

(c) (0,8) Determine a velocidade angular do sistema {haste + projétil} após a colisão.




a) $\vec{P}_T$ se conserva já que $F^{ext}=0$. Só há forças internas durante a colisão e $\frac{d\vec{P}_T}{dt} = F^{ext}$

$\vec{L}_T$ se conserva já que $\tau^{ext}=0$ e $\frac{d\vec{L}_T}{dt} = \tau^{ext}$.

K (e $E_{MEC}$) não se conservam porque é uma colisão completamente inelástica já que as "partículas" ficam juntas após a colisão (não há veloc. relativa entre elas e todo K interno, em relação ao CM, é perdido)

b) Como $\vec{F}^{ext}=0$ $\quad \vec{a}_{CM}=0$ e $\vec{v}_{CM}=\text{const}$

$\rightarrow \vec{v}_{CM}^{\,f} = \vec{v}_{CM}^{\,i} = \frac{d\vec{R}_{CM}}{dt} = \frac{m\vec{v}_m + M\vec{v}_M}{m+M}$

$v_{CM}^{iy} = 0$

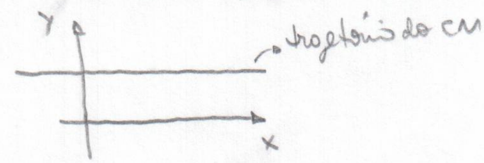
$v_{CM}^{ix} = \frac{mv_0 + M(0)}{m+M} = \left(\frac{m}{m+M}\right)v_0$

$\vec{v}_{CM}^{\,f} = \left(\frac{m}{m+M}\right)v_0\,\hat{x} = \frac{0,02}{0,12}\,200 \approx \frac{100}{3} \approx 33,3$ m/s

CM tem MRU na direção $\hat{x}$

$Y_{CM} = \frac{m(0) + M(d/2)}{m+M} = \frac{M}{m+M}\frac{d}{2}$ → homogêneo

$= \frac{0,10}{0,12}\frac{1,2}{2} \approx 0,8(0,6) \approx 0,5$ m




c) Como $\vec{L}$ é constante → $L_i = L_f$

$L_i = \vec{r}\times\vec{p} = rp\,\text{sen}\,\theta$

↳ em relação ao CM

$r\,\text{sen}\,\theta = \left(\frac{M}{m+M}\right)\frac{d}{2}$

$L_i = \left(\frac{M}{m+M}\right)\frac{d}{2}\,mv_0$

$L_f = I\omega$

$\omega = \frac{mM}{m+M}\frac{d}{2I}v_0$

$I = \frac{Md^2}{12} + M\left(1 - \frac{M}{m+M}\right)^2\frac{d^2}{4} + m\left(\frac{M}{m+M}\frac{d}{2}\right)^2 =$

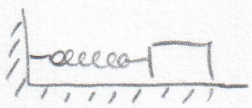
$I = \frac{Md^2}{12} + \frac{Mm^2 + mM^2}{(m+M)^2}\frac{d^2}{4}$

$\omega = \left(\frac{3(m+M)}{4m + 5M + M^2/m}\right)\frac{d}{2}v_0 \approx 111\ \text{rad/s}$

NOME______________________________________________

**4.** Um bloco de 2,50 kg preso a uma mola de constante elástica 10,0 N/cm, executa um MHS sobre uma superfície horizontal com atrito desprezível. Sabendo-se que a posição de equilíbrio do sistema é em x = 0 e que no instante t = 0 o bloco passa pela posição x = 0,200 m com velocidade v = -1,20 m/s, determine:

(a) (0,3) a freqüência angular;
(b) (0,5) a energia mecânica total;
(c) (0,3) a amplitude do movimento;
(d) (0,4) a velocidade máxima do bloco, e onde ela ocorre;
(e) (0,4) o intervalo de tempo entre duas passagens consecutivas pela posição de equilíbrio;
(f) (0,6) a fase inicial e esboça o gráfico de x(t).



$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\underbrace{\frac{K}{m}}_{w^2} x$$

$$\begin{cases} x(t) = x_m \cos(wt+\phi) \\ v(t) = -w x_m \sin(wt+\phi) \end{cases}$$

a) $w = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{+2}}{2,5}} = 20$ rad/s

b) $E_{MEC} = K + U$

$K = \frac{m v(t)^2}{2}$ $\quad U = \frac{K x(t)^2}{2}$

$E_{MEC}$ é constante

Sei que $v(0) - 1,2$ m/s
$x(0) = 0,2$ m

$K(0) = \frac{2,5(1,2)^2}{2} = 1,8$ J

$U(0) = \frac{10 \cdot 10^{+2}(0,2)^2}{2} = 20$ J

$E_{MEC} \approx 21,8$ J

c) $E_{MEC} = \frac{K x_m^2}{2} = 1,8$

$x_m = \sqrt{\frac{2E_{MEC}}{K}} \approx \sqrt{\frac{2(21,8)}{1000}}$

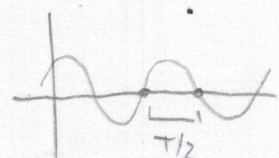
$\sqrt{43,6 \cdot 10^{-3}} \approx 0,20$ m

d) $v_m = x_m w = 0,2(20) = 4$ m/s

↳ ocorre quando $\frac{dv}{dt} = a = \frac{F}{m} = 0$

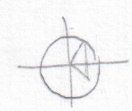
• No ponto de eq. ; $x = 0$

e)




$\frac{T}{2} = \frac{1}{2}\frac{2\pi}{w} = \frac{1}{2}\frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{20}$ s

f) $x(0) = x_m \cos\phi$



$\cos\phi = \frac{x(0)}{x_m} = \frac{0,2}{0,2} \approx 1$

$\phi \approx 0$ Mas $\phi$ é $>0$ ou $<0$

Com $v(0) = -x_m w \sin\phi = -1,2$ m/s $< 0$

$\rightarrow \sin\phi > 0 \rightarrow \phi > 0$